

P4 : GRAVITATION UNIVERSELLE (TS2)

EXERCICE :1

Données : Constante de gravitation $G = 6.6710^{-11}$ S.I, masse de Mars $m = 6,39.10^{23}$ kg, Distance séparant les centres de gravité Mars-soleil $r = 249.10^6$ km.

4.1-Deux corps ponctuels A et B, de masses respectives m_1 et m_2 , séparés par une distance d , s'attirent selon la loi de la gravitation universelle.

Enoncé la loi de gravitation universelle et rappeler l'expression de l'intensité des forces d'interaction gravitationnelle, s'exerçant entre les corps A et B.

4.2-Dans l'espace, le soleil, Mars et autres astres, peuvent être considérés comme des corps ponctuels. Le soleil exerce sur Mars une force de gravitation d'intensité $F = 1,37.10^{21}$ N. Déterminer la valeur de la masse du soleil M.

4.3-Dans le champ de gravitation, la planète Mars tourne autour du soleil, en mouvement dans le plan, y effectue un mouvement.

4.3.1-Préciser le référentiel d'étude du mouvement de mars autour du soleil. Faire le schéma du mouvement de mars autour du soleil ; représenter la trajectoire circulaire de l'orbite le vecteur unitaire $\vec{u}$; y représenter le vecteur vitesse linéaire $\vec{V}$ et le vecteur champ de gravitation $\vec{g}$ en un point quelconque de la trajectoire.

4.3.2-Montrer que le mouvement de mars est circulaire uniforme.

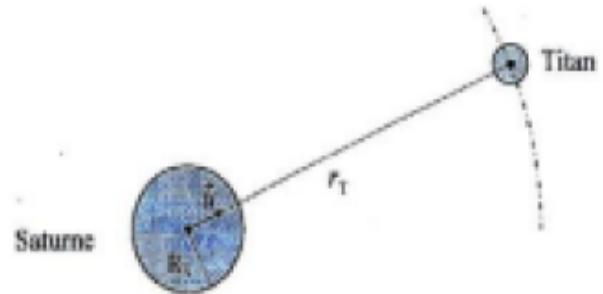
4.3.3-Exprimer la vitesse linéaire V de Mars, puis calculer sa valeur.

4.3.4-Etablir les expressions littérales de la période T et de la vitesse angulaire ω de Mars dans ce même repère .Faire l'application numérique.

4.3.5-Démontrer que son énergie potentielle de gravitation vaut : $E_P = -\frac{GMm}{r}$ en prenant $E_P = 0$ à l'infini. Calculer l'énergie mécanique du système.

EXERCICE :2

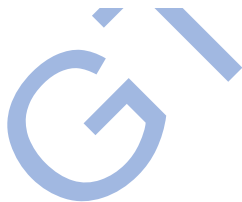
Le 15 octobre 1997, le véhicule spatial CASSINI emportait à son bord la sonde HUYGENS destinée à l'exploitation des anneaux de saturne. Titan, le plus gros satellite de saturne, a été découvert en 1655. On étudie le mouvement supposé circulaire de **Titan** dans le référentiel centré sur saturne et dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines supposées fixes. On notera M_S la masse de Saturne et M_T la masse de Titan.



- 5.1.** Reproduire le schéma ci-dessus et y représenter qualitativement la force gravitationnelle F qui agit sur Titan. (0,25pt)
- 5.2.** Donner l'expression vectorielle de cette force. (0,25point)
- 5.3.** Etablir l'expression du vecteur accélération du centre d'inertie de Titan sur son orbite et le représenter qualitativement sur le schéma précédent. (0,5pt)
- 5.4.** Montrer que le mouvement de Titan sur son orbite est uniforme. (0,5pt)
- 5.5.** Etablir en fonction de G , M_S et r_T :
- 5.5.1.** L'expression de la vitesse V_T du centre d'inertie de Titan. (0,5pt)
- 5.5.2.** L'expression de la période de révolution T_T de Titan autour de Saturne. (0,5pt)
- 5.6.** Montrer qu'au cours de sa révolution autour de Saturne $\frac{T_T^2}{r_T^3}$ est égale à une constante. (0,5pt)
- 5.7.** En fait Saturne possède un cortège de satellites dont au moins soixante ont été identifiés à ce jour. Parmi eux, figurent Rhéa et Dioné découverts par Jean-Dominique Cassini respectivement en 1672 et 1684.
- 5.7.1.** Montrer que ces deux satellites vérifient la 3ème loi de KEPLER. (0,5pt)
- 5.7.2.** En déduire la masse M_S de Saturne. (0,5pt)

On donne :

- ♣ Constante gravitationnelle universelle : $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ SI.
- ♣ Rayon de l'orbite de Rhéa $r_R = 527070 \text{ km}$.
- ♣ Période de révolution de Rhéa autour de Saturne $T_R = 4,518$ jours soit 390355s.
- ♣ Rayon de l'orbite de Dioné $r_D = 377400 \text{ km}$.
- ♣ Période de révolution de Dioné autour de Saturne $T_D = 2,737$ jours soit 236477s



EXERCICE :3

Données : constante de gravitation $G=6,67.10^{-11}$ S.I ; masse de la planète $M_P= 5,97.10^{24}$ kg ; Rayon de la planète $R_P= 6390$ km ; intensité du champ de pesanteur $g_0= 9,77$ N/kg ; Période de la planète $T_P= 1440$ min.

On considère une planète (P) assimilée à une sphère de rayon R_P animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de la ligne des pôles (qui est perpendiculaire au plan de son équateur). On supposera que le repère planétocentrique, dont l'origine coïncide avec le centre de cette planète et dont les axes ont une direction fixe par rapport aux étoiles, est galiléen.

6.1. On étudie le mouvement d'un satellite artificiel de masse m de cette planète assimilable à un point matériel, par rapport au référentiel planétocentrique considéré comme galiléen. La trajectoire du satellite est circulaire, de rayon $r=R_P+h$ où h représente son altitude.

6.1.1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme dans le repère planétocentrique.

6.1.2. Exprimer la vitesse linéaire V de ce satellite en fonction de g_0 , R_P et h .

6.1.3. Etablir les expressions littérales de la période T et la vitesse angulaire ω du satellite en fonction de g_0 ; R_P et h dans ce même repère.

6.2. Un satellite planétostationnaire reste en permanence à la verticale d'un même point de cette planète. Son orbite est dans le plan de l'équateur de cette planète.

6.2.1. Quelle est la vitesse angulaire ω' de ce satellite dans le repère planétostationnaire ?

6.2.2. Calcule le rayon r' de son orbite.

6.3. A la surface de cette planète, l'intensité du champ de pesanteur est $g_0= 9,77$ N/kg. A l'altitude h ; elle est égale $g = \frac{g_0 \times R_P^2}{(R_P + h)^2}$

Un satellite artificiel (s) de masse m tourne, sur une orbite à une altitude h_1 , autour de cette planète.

6.3.1. Exprimer la force $\vec{F}_{P/s}$ exercée par cette planète sur le satellite en fonction de m ; M_P ; R_P et h_1 .

6.3.2. En déduire l'expression de g_1 à cette altitude.

6.3.3. Donner l'expression de g_2 à une altitude $h_2=2h_1$.

6.3.4. Des mesures montrent que $g_1=2g_2$. Montrer alors que $\frac{R_P+2h_1}{R_P+h_1} = \sqrt{2}$

6.3.5. En déduire les valeurs de h_1 et h_2 et celles de g_1 et g_2 .

EXERCICE :4

Galilée commença à observer la planète Jupiter en **janvier 1610** avec une lunette de sa fabrication. Il découvrit qu'autour de Jupiter tournaient quatre lunes auxquelles il donna le nom d'astres médicéens; ce sont quatre satellites de Jupiter : **Io, Europe, Ganymède et Callisto**.

Données : constante de gravitation universelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$;

- Masse de Jupiter $M_J = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$;
- Rayon de Jupiter $R_J = 7,15 \cdot 10^4 \text{ km}$;
- Période de rotation de Jupiter sur elle même : $T_J = 9 \text{ h } 55 \text{ min}$;
- Masse du satellite Europe (noté E) : M_E ;
- Rayon de l'orbite du satellite Europe : $r_E = 6,7 \cdot 10^5 \text{ km}$;
- Période de révolution du satellite Europe autour de Jupiter : $T_E = 3 \text{ j } 13 \text{ h } 14 \text{ min.}$:

Tous les corps seront supposés à répartition de masse à symétrie sphérique et on supposera que chaque satellite n'est soumis qu'à l'influence de Jupiter.

5.1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par la planète Jupiter sur le satellite Europe.

Faire un schéma. Représenter le vecteur champ de gravitation $\vec{G}$ sur le schéma précédent. **(01pt)**

5.2. Montrer que le mouvement du satellite Europe en orbite circulaire est uniforme dans le référentiel Jupiterocentrique. **(0,5pt)**

5.3. Etablir l'expression de la vitesse du satellite de Jupiter en fonction de G ; M_J et r où r désigne le rayon de l'orbite du satellite. **(0,5pt)**

5.4. En déduire l'expression de la période T de révolution du satellite en fonction de G , M_J et r puis Montrer que le rapport T^2 / r^3 est constant pour les différents satellites de Jupiter. **(01pt)**

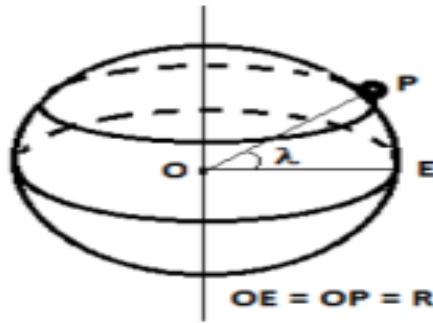
5.5. La période de révolution de **Io** autour de Jupiter est $T_{Io} = 1 \text{ j } 18 \text{ h } 18 \text{ min.}$ Thébé, un autre satellite de Jupiter, possède une orbite de rayon moitié de l'orbite de **Io**. Déterminer la période de révolution T_{th} de Thébé autour de Jupiter. **(0,5pt)**

5.6. Par analogie avec la définition d'un satellite géostationnaire, un satellite Jupiterostationnaire est un satellite fixe par rapport à Jupiter. Europe est-il jupiterostationnaire ? Justifier sans calculs à l'aide des données. **(0,5pt)**



EXERCICE :5

Données : Masse de la Terre : $M = 6.10^{24} \text{ kg}$; Rayon de la Terre : $R = 6400 \text{ km}$; Constante de gravitation universelle : $G = 6,67.10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; Période de rotation de la Terre : $T_0 = 86\,164 \text{ s}$ (dans le référentiel géocentrique), masse satellite $m = 800 \text{ kg}$ et la latitude $\lambda = 40^\circ$.



5.1. Satellite sur Terre

5.1.1. Un satellite S1 considéré comme ponctuel de masse m est au repos sur la Terre en un point P de latitude λ . Quel est son mouvement dans le référentiel galiléen géocentrique ?

5.1.2. Exprimer sa vitesse v_0 et son énergie cinétique E_{c0} , dans le référentiel géocentrique, en fonction de m , R , T_0 et λ .

5.1.3. En déduire l'expression de l'énergie mécanique totale E_0 sachant que l'expression de l'énergie potentielle de gravitation est $E_p = -\frac{GMm}{r}$. A.N: Calculer les valeurs de V_0 et E_0 .

5.2. Satellite sur orbite circulaire

Le satellite S1 est maintenant sur une orbite circulaire autour de la Terre.

5.2.1. Montrer que le satellite décrit un mouvement circulaire et uniforme dans le référentiel géocentrique et déterminer la relation entre le rayon r de l'orbite, la vitesse v du satellite et g_0 le champ de gravitation à la surface de la Terre.

5.2.2. En déduire l'expression de la période T de révolution en fonction du rayon r , g_0 et R .

5.2.3. Donner l'expression de l'énergie totale E en fonction de m , r , g_0 et R .

5.3. Orbite circulaire rasante

Le satellite est d'abord envoyé sur une orbite basse de rayon r_1 , d'altitude z_1 très faible devant le rayon R de la Terre. On peut donc considérer $r_1 \approx R$ (orbite rasante).

5.3.1. Donner l'expression de la vitesse v_1 en fonction de g_0 et R .

5.3.2. Donner l'expression de l'énergie totale E_1 . Calculer V_1 et E_1 .

5.3.3. Exprimer l'énergie ΔE qu'il faut fournir au satellite, au repos sur la Terre à la latitude λ , pour le mettre en orbite rasante. Cette énergie dépend-elle du point de lancement sur la Terre ? Où sont situées les bases de lancement les plus favorables du point de vue énergétique ?

5.4. Orbite circulaire géostationnaire

Le satellite est ensuite envoyé sur l'orbite géostationnaire de rayon r_2 .

5.4.1. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ? En déduire la valeur de sa période de révolution T_2 dans le référentiel géocentrique.

5.4.2. Exprimer et calculer l'altitude z_2 du satellite géostationnaire.

5.4.3. Exprimer et calculer la vitesse V_2 et l'énergie E_2 du satellite géostationnaire